

文章编号:1000-8055(2012)06-1312-08

非结构网格下可压缩黏性流体的隐式算法

王靖宇¹, 葛 宁¹, SHENG Chun-hua²

(1. 南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016;

2. College of Engineering, University of Toledo, OH 43606, USA)

摘 要: 采用牛顿线化和 Roe 近似 Jacobians 矩阵隐式算法, 实现基于非结构网格的三维定常黏性流动问题的求解. 分别对平板、跨声涡轮叶片 Mark-II 和 CW-22 这三种具有代表性的流动进行数值模拟, 并详细分析了流动细节, 模拟结果与理论以及实验值吻合良好, 准确预测了流场内激波、二次流等重要的流动现象. 验证了基于非结构网格的可压缩流体隐式计算方法对于黏性流动问题的计算是正确的.

关 键 词: 非结构网格; 隐式算法; N-S (Navier-Stokes) 方程; 数值模拟; CW-22 涡轮叶片

中图分类号: V231.3

文献标志码: A

Implicit algorithm for viscous compressible flow on unstructured grids

WANG Jing-yu¹, GE Ning¹, SHENG Chun-hua²

(1. College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. College of Engineering, University of Toledo, OH 43606, USA)

Abstract: An implicit algorithm for solving three-dimensional viscous compressible flow on unstructured grids was described. Newton's method and Roe approximate scheme which was used to evaluate the flux Jacobians were chosen to solve Navier-Stokes equations. Three representative flow cases including plate, transonic turbine vane Mark-II and CW-22 were simulated. The results of numerical simulation show favorable agreement with exact solution in theory and experimental data, and the flow phenomena such as shock and secondary flow were predicted accurately. These suggest that this unstructured implicit Navier-Stokes flow solver can predict aerodynamic performance correctly.

Key words: unstructured grids; implicit algorithm; N-S (Navier-Stokes) equations; numerical simulation; CW-22 turbine blade

在航空发动机叶轮机内部流场数值模拟中, 由于叶片不规则的几何型面以及存在叶尖间隙、涡轮冷却气膜孔等复杂结构的原因, 要生成高质量的结构网格是非常困难的, 所以基于非结构网格的求解器在叶轮机内部流场研究中得到了广泛的发展. 隐式推进方法虽然增加了数据的存储量和编程的复杂性, 但相比于显式推进显著加快了收敛速度, 所以被大量计算流体动力学(CFD)

研究人员所采用, 并发展了不同的线化方法以及 Jacobians 矩阵求解方法, 例如基于 Steger-Warming 矢量通量分裂基本思路的解析方法, Luo Hong 等人基于特征波的一种近似求法等. 其中 Roe 的近似 Jacobians 矩阵方法^[1-8]表达式简单, 计算量小且稳定性好, 适合工程实际需求^[7].

本文的工作是采用牛顿线化以及 Roe 的近似 Jacobians 方法, 在 Fortran 环境下自主开发基

收稿日期: 2011-07-16

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20120704.1152.201206.1312_016.html

作者简介: 王靖宇(1989—), 男, 四川成都人, 硕士生, 主要从事叶轮机内部流场数值计算. E-mail: wangjingyu@nuaa.edu.cn

于格点格式的非结构网格三维定常黏性流动隐式求解器. 分别对平板、跨声涡轮叶片 Mark-II 和 CW-22 进行了数值模拟, 并将模拟结果与理论解以及相关的实验数据进行对比, 详细分析了流场内激波、分离、二次流等重要的流动现象.

1 求解器的描述

1.1 矢量形式的三维 Navier-Stokes(N-S)方程 有限体积法离散

对于一个控制体无量纲化之后的矢量形式的三维 N-S 方程为

$$M \frac{\partial Q}{\partial t} V + \sum \Omega \cdot (F_i - F_v) \cdot n = 0 \quad (1)$$

式(1)中转换矩阵 $M \equiv \partial Q / \partial q$; 守恒变量 $Q = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho e_t)^T$; 原始变量 $q = (r, u, v, w, p)^T$; V 为控制体体积; Ω 和 n 分别为各个控制面的面积和单位面积矢量; F_i 代表对流通量; F_v 代表黏性通量.

对流通量计算采用 Roe 格式

$$F_{\text{flux}} = \frac{1}{2} (F_{il} + F_{ir}) - \frac{1}{2} MR | \Lambda | R^{-1} (q_r - q_l) \quad (2)$$

为实现二阶精度, 有

$$q_{0i,l} = q_0 + \frac{1}{2} \phi_0 (\nabla \phi)_0 \cdot \Delta r_{0i} \quad (3a)$$

$$q_{0i,r} = q_i - \frac{1}{2} \phi_i (\nabla \phi)_i \cdot \Delta r_{0i} \quad (3b)$$

其中 $\nabla \phi$ 表示通过 Least-Square 方法重构的梯度, ϕ 表示本文所采用的 Venkatakrishnan 限制器. 0 和 i 分别代表控制面两侧存储信息的点.

黏性通量的计算采用一种具有强耦合效果的构造的界面梯度

$$(\nabla \phi)_{0i} = (\nabla \phi)_{0i} - \left[(\nabla \phi)_{0i} \cdot t_{0i} - \left(\frac{\partial \phi}{\partial l} \right)_{0i} \right] \quad (4)$$

其中 $(\nabla \phi)_{0i} = \frac{1}{2} [(\nabla \phi)_0 + (\nabla \phi)_i]$, $\left(\frac{\partial \phi}{\partial l} \right)_{0i} = \frac{\phi_i - \phi_0}{\| \Delta r_{0i} \|}$, $t_{0i} = \frac{\Delta r_{0i}}{\| \Delta r_{0i} \|}$, 以上 Δr_{0i} 均为 0 点到 i 点的矢量.

1.2 边界条件

本文采用基于格点格式的信息存储方式, 可以由物理边界条件以及特征波原理直接决定边界上点的信息. 特征边界条件可以通过特征波的方向即特征值的正负推导得到: 负的特征值表示特征波由自由流传向边界, 此时参考点取自自由流的

值; 正的特征值表示特征波由计算域传向边界, 此时参考点取计算域内点的值^[5]. 本文采用的特征波边界条件具体推导过程参考文献^[6].

1.3 隐式牛顿迭代算法

对于方程(1), 采用牛顿迭代法来求解原参数 q^{n+1} , 令

$$N(q^{n+1}) = \frac{V}{\Delta t} M \Delta(q^n) + \sum \Omega \cdot (F_i - F_v) \cdot n \quad (5)$$

其中 $\Delta(q^n) = q^{n+1} - q^n$

则牛顿线化后得到的隐式迭代格式为

$$\frac{\partial N(q^{n+1,m})}{\partial q^{n+1}} (q^{n+1,m+1} - q^{n+1,m}) = -N(q^{n+1,m}) \quad (6)$$

其中残差 $R = -N(q^{n+1,m})$

$$\frac{\partial N(q^{n+1,m})}{\partial q^{n+1}} = M \frac{V}{\Delta t} + \frac{\partial \sum \Omega \cdot (F_i - F_v) \cdot n}{\partial q^{n+1}} = [J]$$

其中上标 m 为牛顿迭代步数.

对于每个时间步的线化后的大型稀疏 Jacobians 矩阵 J 可以分解为对角阵 D , 上三角阵 U , 下三角阵 L

$$[J] = [D + U + L] \quad (7)$$

其中

$$[D] = M \frac{V}{\Delta t} + \sum \Omega \cdot \frac{\partial (F_i - F_v) \cdot n}{\partial q_i}$$

$$[U] = \sum_{j,i>j} \Omega \cdot \frac{\partial (F_i - F_v) \cdot n}{\partial q_j}$$

$$[L] = \sum_{j,i<j} \Omega \cdot \frac{\partial (F_i - F_v) \cdot n}{\partial q_j}$$

$[L + D + U] \Delta q = R$ 可以进一步写为 $[L + D] D^{-1} [U + D] \Delta q = R + [L D^{-1} U] \Delta q$.

当 $\Delta q \rightarrow 0$ 时, 高阶项 $[L D^{-1} U] \Delta q \rightarrow 0$, 所以又有

$$\text{Forward: } [L + D] \Delta q^* = R$$

$$\text{Backward: } [D + U] \Delta q + [L] \Delta q^* = R.$$

求得的 Δq 更新本时间步下的 $q: q^{n+1} = q^n + \Delta q$

1.4 通量 Jacobians 矩阵计算方法

对流通量的 Jacobians 矩阵的求法是隐式求解的关键所在, 本文中对方程(2) 采用一种近似方法, 将控制体界面处 Roe 的数值通量表达为

$$F_{\text{flux}} = \frac{1}{2} (F_{il} + F_{ir}) - \frac{1}{2} \hat{M} \hat{R} | \hat{\Lambda} | \hat{R}^{-1} (q_r - q_l) \quad (8)$$

式中带上标的项采用修正后的 Roe 平均变量计算,认为该项为当地值并假定为常数,这其实是对解析方法采用的一种近似简化处理.求微分后可以得到任一控制面对于界面左右两侧的对流通量 Jacobians 矩阵表达式为

$$\frac{\partial(\mathbf{F}_i \cdot \mathbf{n})}{\partial q_l} = \frac{1}{2} \frac{\partial \mathbf{F}_{il}}{\partial q_l} + \frac{1}{2} \hat{M} \hat{R} |\hat{\Lambda}| \hat{R}^{-1} \quad (9a)$$

$$\frac{\partial(\mathbf{F}_i \cdot \mathbf{n})}{\partial q_r} = \frac{1}{2} \frac{\partial \mathbf{F}_{ir}}{\partial q_r} - \frac{1}{2} \hat{M} \hat{R} |\hat{\Lambda}| \hat{R}^{-1} \quad (9b)$$

相比与采用了 Steger-Warming 矢通量分裂的解析方法,近似方法简化对 Roe 通量微分的部

分.国内南京航空航天大学的史万里等研究者^[7]曾在结构网格下进行两种方法的对比研究,结果表明同解析方法一样,Roe 的近似方法在层流平板和湍流平板的算例中都具有很好的收敛性,表达式简单且稳定性好,容易编程实现,因而有较大的工程应用价值,同时也为隐式求解提供了一种新的思路.

黏性 Jacobians 矩阵的求法使用了薄层近似假设.对于非结构网格中任意方向的控制面,近似后黏性通量的表达式可以写成

$$\mathbf{F}_v \cdot \mathbf{n} = \frac{\mu}{Re_r} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial u}{\partial \mathbf{k}} + \frac{1}{3} n_x \left(\frac{\partial u}{\partial \mathbf{k}} \cdot n_x + \frac{\partial v}{\partial \mathbf{k}} \cdot n_y + \frac{\partial w}{\partial \mathbf{k}} \cdot n_z \right) \\ \frac{\partial v}{\partial \mathbf{k}} + \frac{1}{3} n_y \left(\frac{\partial u}{\partial \mathbf{k}} \cdot n_x + \frac{\partial v}{\partial \mathbf{k}} \cdot n_y + \frac{\partial w}{\partial \mathbf{k}} \cdot n_z \right) \\ \frac{\partial w}{\partial \mathbf{k}} + \frac{1}{3} n_z \left(\frac{\partial u}{\partial \mathbf{k}} \cdot n_x + \frac{\partial v}{\partial \mathbf{k}} \cdot n_y + \frac{\partial w}{\partial \mathbf{k}} \cdot n_z \right) \\ \frac{1}{Pr} \cdot \frac{\partial T}{\partial \mathbf{k}} + (\gamma - 1) M_r^2 \left[\frac{\partial(q^2/2)}{\partial \mathbf{k}} + \frac{1}{3} \theta \left(\frac{\partial u}{\partial \mathbf{k}} \cdot n_x + \frac{\partial v}{\partial \mathbf{k}} \cdot n_y + \frac{\partial w}{\partial \mathbf{k}} \cdot n_z \right) \right] \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中

$$\frac{\partial(*)}{\partial \mathbf{k}} = \frac{\partial(*)}{\partial x} \cdot n_x + \frac{\partial(*)}{\partial y} \cdot n_y + \frac{\partial(*)}{\partial z} \cdot n_z$$

对于黏性通量的离散,关于梯度的项采用中

心差分 $\left[\frac{\partial(*)}{\partial \mathbf{k}} \right] = (*)_r - (*)_l$, 其他项采用两

边平均 $(*) = \frac{(*)_r + (*)_l}{2}$, 离散后的结果分

别控制面左右两侧的点求导可以得到黏性 Jacobians 矩阵的表达式

$$\frac{\partial(\mathbf{F}_v \cdot \mathbf{n})}{\partial q_l} = \frac{(\mu_r + \mu_l)}{2Re_r} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 - \frac{1}{3} n_x^2 & -\frac{1}{3} n_x n_y & -\frac{1}{3} n_x n_z & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} n_y n_x & -1 - \frac{1}{3} n_y^2 & -\frac{1}{3} n_y n_z & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} n_z n_x & -\frac{1}{3} n_z n_y & -1 - \frac{1}{3} n_z^2 & 0 \\ \frac{M_r^2 \gamma p_l}{Pr \cdot \rho_l^2} - (\gamma - 1) M_r^2 \left(u_l + \frac{n_x}{3} \theta_l \right) & -(\gamma - 1) M_r^2 \left(v_l + \frac{n_y}{3} \theta_l \right) & -(\gamma - 1) M_r^2 \left(w_l + \frac{n_z}{3} \theta_l \right) & -\frac{M_r^2 \gamma}{Pr \cdot \rho_l} \end{bmatrix} \quad (11a)$$

$$\frac{\partial(\mathbf{F}_v \cdot \mathbf{n})}{\partial q_r} = \frac{(\mu_r + \mu_l)}{2Re_r} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \frac{1}{3} n_x^2 & \frac{1}{3} n_x n_y & \frac{1}{3} n_x n_z & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} n_y n_x & 1 + \frac{1}{3} n_y^2 & \frac{1}{3} n_y n_z & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} n_z n_x & \frac{1}{3} n_z n_y & 1 + \frac{1}{3} n_z^2 & 0 \\ -\frac{M_r^2 \gamma p_r}{Pr \cdot \rho_r^2} & (\gamma - 1) M_r^2 \left(u_r + \frac{n_x}{3} \theta_r \right) & (\gamma - 1) M_r^2 \left(v_r + \frac{n_y}{3} \theta_r \right) & (\gamma - 1) M_r^2 \left(w_r + \frac{n_z}{3} \theta_r \right) & \frac{M_r^2 \gamma}{Pr \cdot \rho_r} \end{bmatrix} \quad (11b)$$

2 算例验证和分析

2.1 平板

2.1.1 层流平板

均匀来流通过一个厚度很薄的零攻角平板,在平板固壁附近产生的边界层流动是黏性流动问题中一个简单而又十分重要的经典例子^[9]. Blasius 应用普朗特边界层微分方程来求解这一层流平板流动问题,获得层流附面层速度剖面及沿程的摩擦因数,该算例可以验证程序最基本的黏性流动求解能力.

层流平板网格如图 1 所示. 矩形计算域中上,左,右三个方向均采用压力远场边界条件;平板前采用对称边界条件;平板则采用无滑移无渗透的黏性边界条件. 黏性通量计算仅考虑层流黏度,在低温常压条件下,层流黏度仅与温度有关.

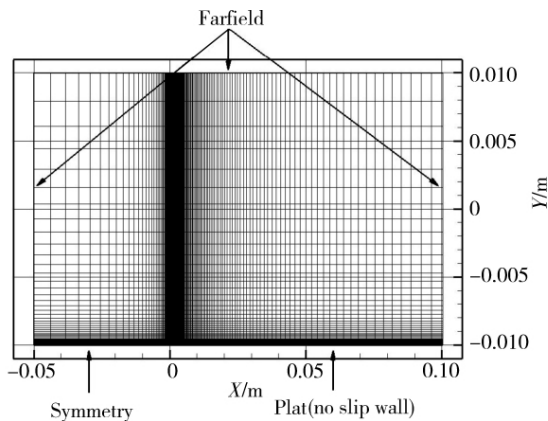


图 1 层流平板网格

Fig. 1 Grids of laminar plate

算例采用的平板长度为 0.1 m, 前缘点位置 $(0, -0.01)$, 矩形计算域的范围为 $X \in [-0.05, 0.1]$, $Y \in [-0.01, 0.01]$, 网格规模为 200×50 , 靠近平板前缘及壁面处按级数加密. 给定来流条件 $Ma_\infty = 0.3$, $p_0 = p_{0\infty}$, $T_0 = T_{0\infty}$, 为保持流动为层流, 选取单位长度雷诺数 $Re_l = 1 \times 10^4$.

图 2 和图 3 为数值模拟得到的层流平板速度剖面以及摩擦因数, 图 2 横坐标为无量纲高度. 可以看到预测结果完全符合 Blasius 解, 验证了本文采用的算法对最基本黏性流动问题的正确把握.

2.1.2 湍流平板

高雷诺数下流动将不再保持层流, 而转变为湍流. 湍流状态下, 附面层厚度及附面层内速度分布都与层流有明显的不同, 速度剖面更加饱满, 附面层内结构更复杂. 本文采用在 CFD 计算中广泛

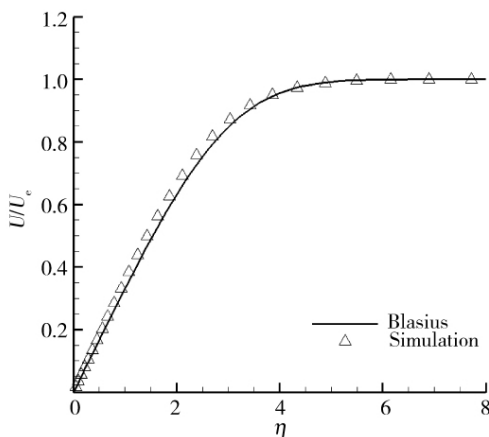


图 2 层流平板速度形

Fig. 2 Predicted velocity profile of the laminar plate

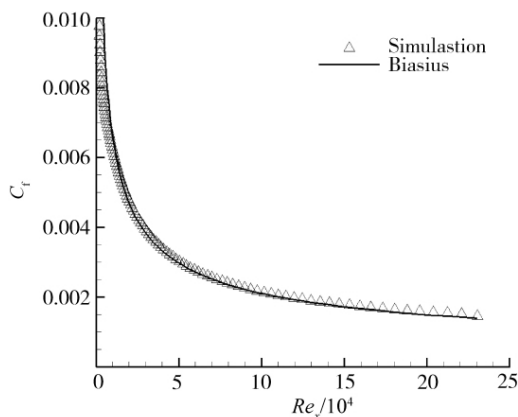


图 3 层流平板摩擦因数

Fig. 3 Predicted friction factor of the laminar plate

使用的 Spalart-Allmaras(S-A)模型来模拟湍流.

湍流平板网格与层流基本一致, 但根据湍流模型对速度梯度计算的要求, 给定第一层网格高度为 0.001 mm, 且在平板前缘处适当加密. 来流条件与层流平板一致, 为保持流动为湍流, 给定单位长度雷诺数 $Re_l = 3.5 \times 10^6$.

图 4 为数值模拟得到的湍流附面层内速度剖面. 可以看到, 在完全湍流区域里, S-A 模型对附面层结构的模拟相当准确, 线性底层, 过渡区, 对数律区及尾迹律区可以清晰地分辨, 速度分布与 Spalding 关系式及对数律曲线均吻合良好.

图 5 中计算获得平板摩擦因数与理论相符合. 数值模拟中给定来流的湍流度为 $\mu_t/\mu_\infty = 0.1$, 可以看到在平板前缘的部分, 流动为层流, 在 $Re_x \approx 1 \times 10^5$ 的位置, 有层流向湍流过渡的过程. 数值模拟结果表明 S-A 模型可以在高雷诺数区域准确的模拟湍流流动, 但在低来流湍流度的情况下, 平板前缘低有一段距离保持层流流动^[9].

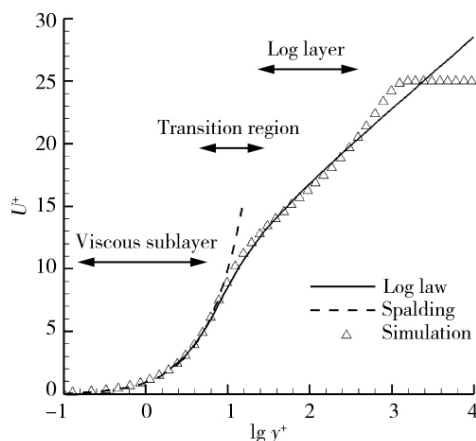


图 4 湍流附面层内速度剖面

Fig. 4 Predicted velocity profile of the turbulent plate

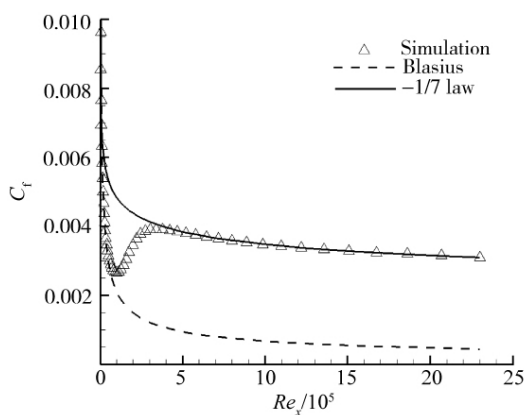


图 5 湍流平板摩擦因数

Fig. 5 Predicted friction factor of the turbulent plate

2.2 Mark-II 涡轮叶片

Mark-II 是一种高压涡轮导向叶片, 因为文献[10]曾使用商业软件对此叶片内流动中的分离和转捩进行研究, 所以本文选取 Hylton 实验中的超声出口的 5411 工况仅验证程序在存在激波间断的跨声流场中的气动性能, 为进一步发展气动热力耦合计算打下基础。

表 1 给出了 5411 工况的流动参数, 来流为层流, 给定湍流度 $\mu_t/\mu_\infty = 0.1$. Mark-II 涡轮叶片网格见图 6. 一个通道截面大约有 15 200 个网格点, 靠近叶片表面的附面层区域内采用结构化网格, 并保证第 1 层网格高度满足 $y^+ < 1$, 见图 7.

表 1 Mark-II 涡轮叶片 5411 工况参数

Table 1 Flow conditions for Mark-II turbine vane

p_0/Pa	T_0/K	p_e/Pa	Ma_{in}	Ma_{out}
332 000	811	171 282	0.19	1.04

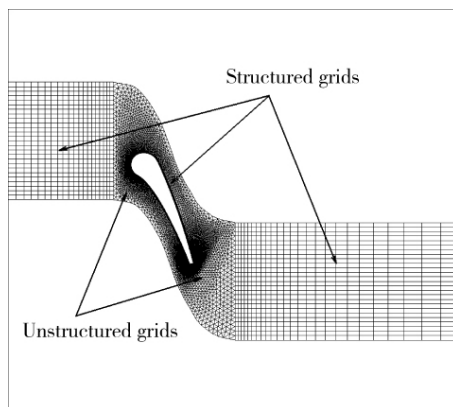


图 6 Mark-II 涡轮叶片网格示意图

Fig. 6 Grids of Mark-II turbine vane

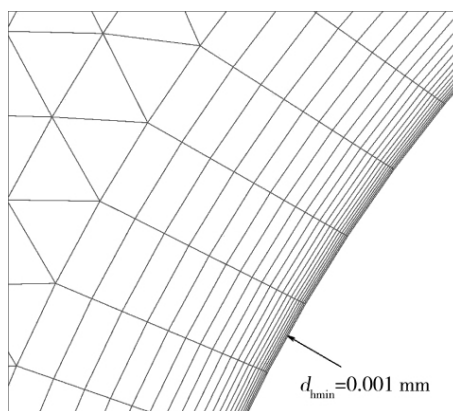


图 7 Mark-II 涡轮叶片表面网格细节图

Fig. 7 Detail of the grids near Mark-II turbine vane

图 8 为数值模拟得到的马赫数云图, 吸力面流体从驻点开始加速, 在激波前达到最大马赫数 1.52 后, 出现间断达到局部最小值, 然后继续增加. 而在压力面一侧, 马赫数增加的比较缓慢. 叶片表面压力分布如图 9 所示, 可以看到吸力面从驻点开始压力迅速降低, 在 $x/C_x \approx 0.45$ 处达到最小值. 此后流体在压缩波作用下开始减速增压, 在 $x/C_x \approx 0.5$ 位置产生一道正激波, 波后附面层内出现分离. 在下游接近后缘点位置 $x/C_x \approx 0.95$ 还有一道弱激波存在. 计算结果整体与实验值相吻合.

2.3 CW-22 涡轮叶片

为了获得准确详细的涡轮叶片气动负荷与热交换实验数据, 美国国家航空航天局 (NASA) Lewis 研究中心设计并制造了跨声速涡轮叶片 CW-22. Giel 等人对 CW-22 涡轮叶片进行了深入的实验研究^[11-13], 该实验对于研究转捩以及二次流对叶片表面压力分布以及传热系数的影响有非常重要的意义. 本文叶型数据来自于文献[13].

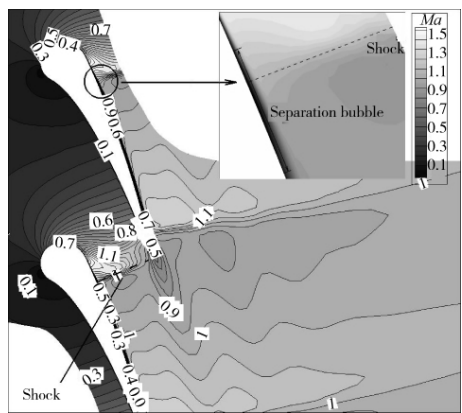


图 8 Mark- II 涡轮叶片马赫数云图

Fig. 8 Predicted Mach distributions of Mark- II turbine vane

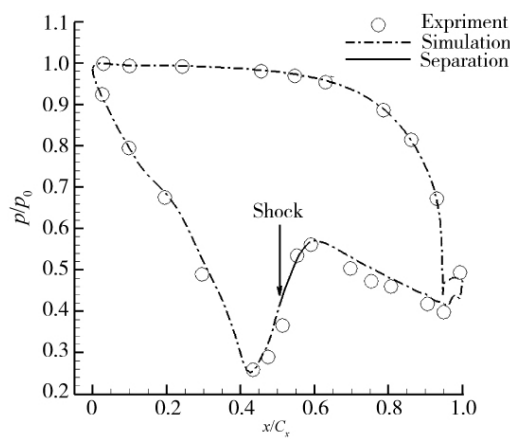


图 9 Mark- II 涡轮叶片表面压力分布

Fig. 9 Predicted and measured surface pressure distributions

图 10 为 CW-22 涡轮叶片面网格以及叶型参数。因为 CW-22 涡轮叶片是直叶片,由源面网格沿叶高方向拉伸得到体网格。叶片表面附面层内采用大长宽比的六面体结构化网格,根据计算叶片表面传热的要求,第 1 层网格高度给定 0.001

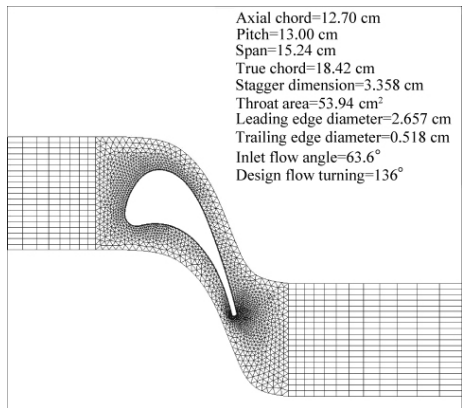


图 10 面网格及 CW-22 涡轮叶片叶型数据

Fig. 10 Face mesh and parameters of CW-22 turbine vane

mm,在前缘和尾缘附近做适当的加密处理。叶高方向足够多的网格点可以保证数值模拟准确预测通道涡、二次流等三维流动现象,本文选取一半叶高通道分布 50 个截面,端壁附近第一层网格高度为 0.02 mm。数值模拟中叶片表面采用等温的无滑移边界条件,给定叶片一恒定温度以保证叶片各处没有负热流存在。

本文计算选取出口为声速的实验工况,具体流动参数见表 2。

表 2 CW-22 涡轮叶片数值模拟工况

Table 2 Flow conditions of CW-22 turbine vane

Re	$p_0/10^5 \text{ Pa}$	T_0/K	$p_{ex}/10^5 \text{ Pa}$	Ma_{in}	Ma_{out}
1×10^6	1.0	287	0.54	0.38	0.98

本文所研究的工况对应实验时在来流上游安装了湍流网,使流动发展为完全湍流,所以数值模拟中来流条件应该为湍流,采用实验测量得到湍流度 $\mu_t/\mu_\infty \approx 8.0$ 。

不同叶高叶片表面压力分布如图 11 所示,气流在前缘驻点处压力值最大。在压力面一侧,气流从驻点开始加速,压力也随之降低,整个变化过程比较缓慢。而在吸力面一侧,气流从驻点开始压力迅速降低,速度增加。在 $x/C_x \approx 0.25$ 即叶片最大厚度位置压力降低到当地最小值时,这里有一段逆压梯度存在。随后气流压力继续降低,速度增大,直至尾缘处速度达到当地最大值。由于上下端壁附面层的影响以及 CW-22 涡轮叶片叶型很大的弯度,端壁附近区域产生很强的二次流,这正是该算例计算和校核的重点。从图中可以看到,在吸力面的 $x/C_x \approx 0.1$ 到 $x/C_x \approx 0.6$ 部分,不同叶高的叶片表面压力差别明显,而这种差别主要发生在靠近端壁的 25% 叶高范围内,造成这个现象的原因就是通道内存在强烈的二次流影响。

图 12、图 13 分别为 0.5% 和 50% 叶高通道内速度矢量。通过对比 0.5% 和 50% 叶高通道内速度矢量可以清楚地看见,因为端壁附面层内流体动能较低,进入叶片通道内受到压力面和吸力面之间的压力差影响,端壁附近流体转角大于中间叶高截面势流区流体的转角,撞在吸力面上后沿着叶片表面向中间叶高运动。

Giel 等人对 CW-22 涡轮叶片进行的实验主要研究了二次流引起的三维流动现象对叶片表面气动载荷以及热传导的影响,而相对于气动载荷,叶片表面热传导是一个更加复杂的问题,它与当

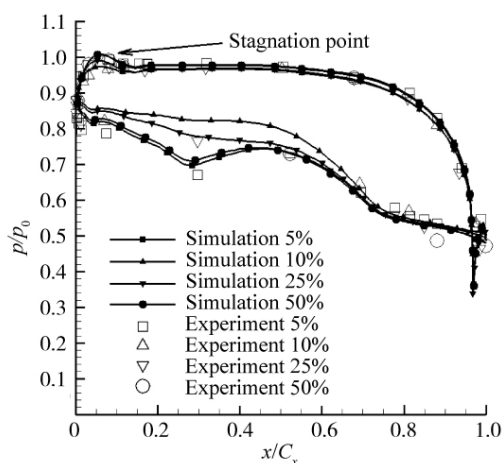


图 11 沿叶高方向叶片表面压力对比

Fig. 11 Blade pressure loading distribution at different spans

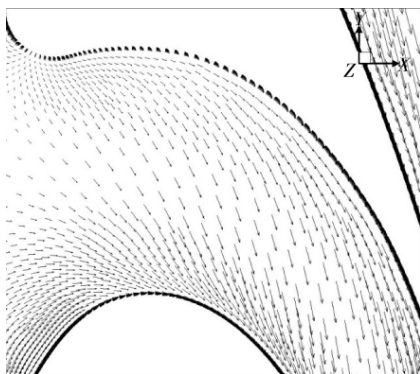


图 12 0.5%叶高通道内速度矢量

Fig. 12 Velocity vector at 0.5% span

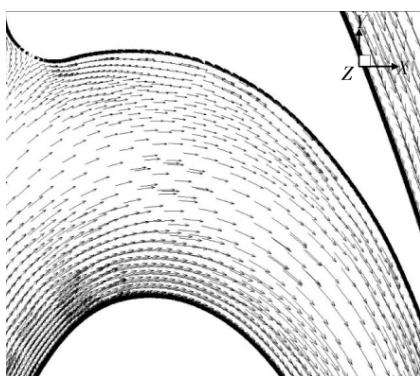


图 13 50%叶高通道内速度矢量

Fig. 13 Velocity vector at 50% span

地的流动状态、介质属性、叶片表面热传导等特点有密切关系。因为实验中 CW-22 涡轮叶片低温度差以及高出口马赫数的流动特点,当地 Eckert 数非常高,所以 Giel 等人采用了无量纲的热传导率 Stanton 数来评估叶片表面的热交换^[13]。本文采用文献[5]中计算时定义的 Stanton 数,其表达形

式如下:

$$St = \frac{1}{\rho U_{in} c_p} \times \frac{Q/A}{(T_w - T_{aw})}$$

$$\rho = \frac{P_0}{RT_{ref}}$$

$$T_{ref} = 0.5 \times T_w + 0.22 \times T_{aw} + 0.28 \times T_e$$

$$T_{aw} = T_0 \left\{ r + \frac{(1-r)}{[1 + 0.5(\gamma-1)Ma_{is}^2]} \right\}$$

其中 ρ 表达的并不是真实物理密度,而是通过进口总压 p_0 和参考温度 T_{ref} 得到的参考值。 U_{in} 和 c_p 为常数,分别代表进口处自由来流的速度和比定压热容。 Q 是没有考虑热辐射损失的当地叶片表面热通量, A 为当地叶片表面面积。 T_{aw} 表示绝热壁面温度,它可以由来流总温 T_0 、当地等熵马赫数 Ma_{is} 以及恢复因子 $r = Pr^{1/3}$ ($Pr = 0.72$) 得到。 T_{ref} 是 Eckert 在 1955 年提出的参考温度,它由壁面温度 T_w 、绝热壁面温度 T_{aw} 、附面层外主流的温度 T_e 通过加权关系共同决定^[13]。

如图 14 所示,预测得到的 Stanton 数变化趋势与实验值基本吻合,在实验中观察到的二次流以及附面层发展对热传导的影响在数值模拟中都得到了良好的展现。不同叶高位置的 Stanton 数在压力面一侧显示了相同的分布,且变化相对平缓,从前缘点开始下降到最小值在 3×10^{-3} 左右,然后逐渐增大在尾缘处达到 4.5×10^{-3} 。前缘滞止点之后 $S/S_{pan} \approx 0.25$ 位置处 Stanton 数达到最大值,大约为 6×10^{-3} 。在吸力面上,随着边界层的发展变厚,斯坦顿数逐渐减小,在 $S/S_{pan} \approx 0.5$ 处的斯坦顿数降低 4×10^{-3} 左右,然后开始上升。这是因为 $S/S_{pan} \approx 0.5$ 之前区域流体因为逆压梯度的影响减速,附面层大大增厚,导致 Stanton 数降低到局部最小。在局部最小值之后不同叶高位置 Stanton 数增长幅度不同,造成这个现象的原因吸力面叶片表面热交换受到了通道内强烈的二次流影响。在靠近端壁区域内,吸力面由于受到通道涡和压力面一侧挤压过来的二次流影响,热传导明显增强,所以 $S/S_{pan} \approx 0.5$ 以后的吸力面上靠近端壁区域的 Stanton 数明显比中间叶高的大。随后不同叶高的 Stanton 数随着附面层的发展逐渐减小,但幅度不大。综上,可以得到关于 Stanton 数分布的主要特点:第一,在中间叶高位置,Stanton 数最大、热交换峰值出现的位置并不在气动滞止点,而是在更靠近吸力面的几何滞止点。第二,端壁区域内,二次流对吸力面的热传导有很大影响,靠近端壁的流体受到二次流的影

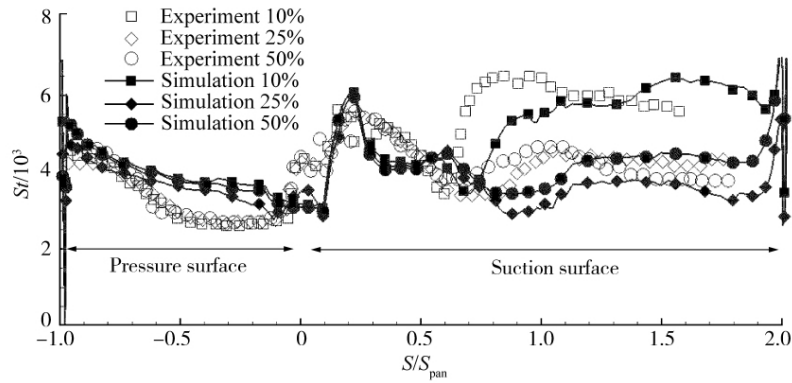


图 14 不同叶高位置 Stanton 数对比图

Fig. 14 Comparisons of measured and predicted Stanton numbers at different spans

响而导致热交换明显增强. 数值模拟结果与实验结论一致.

3 结 论

本文采用牛顿线化和 Roe 的近似 Jacobians 矩阵的隐式方法开发了非结构网格求解器, 并分别对平板以及两种跨声涡轮叶片 Mark-II 和 CW-22 进行数值模拟, 获得如下结论:

1) 平板算例验证了本程序预测黏性流动的能力, 无论是最基本的层流还是采用 S-A 模型模拟的湍流, 计算结果与理论解吻合良好.

2) 跨声涡轮叶片 Mark-II 和 CW-22 算例验证了本程序捕捉激波以及对三维复杂流场的模拟能力, 计算结果与实验吻合良好, 并基本上正确反映了二次流等三维流动现象对叶片表面压力以及热传导的影响.

综上, 本文开发的非结构网格隐式求解器计算得到的结果与理论和实验值吻合良好, 准确预测了流场内重要的流动细节, 能够有效模拟黏性流动问题.

参考文献:

- [1] SHENG Chunhua, Remotigue M, Chen J P, et al. Development of unstructured computational capabilities applicable to MSU TURBO with an arbitrary Mach number algorithm[R]. Mississippi State, MS: Mississippi State University, MSSU-COE-ERC-02-16, 2002.
- [2] Briley W R, Tayler L K, Whitfield D L. High-resolution viscous flow simulations at arbitrary Mach number[J]. Journal of Computational Physics, 2003, 184(1): 79-105.
- [3] Mavriplis D J. Unstructured-mesh discretizations and solvers for computational aerodynamics[J]. AIAA Journal, 2008, 46(6): 1281-1298.
- [4] SHENG Chunhua, WANG Xiao. Characteristic variable

boundary conditions for arbitrary Mach number algorithm in rotating frame[R]. AIAA 2003-3976, 2003.

- [5] WANG Xiao, SHENG Chunhua. Numerical study of a pre-conditioned algorithm for rotational flows[R]. AIAA-2005-5126, 2005.
- [6] WANG Xiao. A preconditioning algorithm for turbo machinery viscous flow simulation[D]. Mississippi State: Mississippi State University, 2005.
- [7] 史万里, 葛宁, SHENG Chunhua. 粘流计算中预处理的隐式算法[J]. 空气动力学, 2009, 27(5): 565-571.
SHI Wanli, GE Ning, SHENG Chunhua. Implicit algorithms for viscous flow simulation at arbitrary Mach number[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2009, 27(5): 565-571. (in Chinese)
- [8] Rumsey C L, Spalart P R. Turbulence model behavior in low Reynolds number regions of aerodynamic flowfields[R]. AIAA 2008-4403, 2008.
- [9] 吴晴. Bump 进气道设计中的关键技术研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2009.
WU Qing. Research on key technology for bump inlet design: bump design & inverse design[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009. (in Chinese)
- [10] 张祥云. 涡轮内部流场的数值模拟与分析[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2008.
ZHANG Xiangyun. Numerical simulation and analysis of the flow in turbines[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2008. (in Chinese)
- [11] Giel P W, Van Fossen G J, Boyle R J, et al. Blade heat transfer measurements and predictions in a transonic turbine cascade[R]. NASA/TM-1999-209296, 1999.
- [12] Giel P W, Van Fossen G J, Boyle R J, et al. Three-dimensional flow field measurements in a transonic turbine cascade[R]. NASA/TM-107388, 1996.
- [13] Giel P W, Van Fossen G J, Boyle R J, et al. Endwall heat transfer measurements in a transonic turbine cascade[R]. NASA/TM-107387, 1997.